特集 数理解析技術

しきい値を推定する 電力機器における信頼性解析

広　瀬　英　雄*

内　容　梗　概

電力機器の信頼性を，機器が破壊するかしないかの境界ストレス（しきい値）を推定するという観点から，(1)短時間，あるいは単発でのストレスに対する機器の耐力，(2)長時間ストレスに対する機器の耐力という二つの場合について述べた。短時間ストレスの見地からは，ワイブル分布の位置パラメータの推定法の困難さとその解決法について，一方長時間ストレスの見地からは，経験則で表される破壊ストレスのしきい値推定法について述べた。

Reliability Analysis for Electrical Power Apparatuses

Hideo Hirose*

Synopsis

From a viewpoint of estimating the threshold stress at which electrical apparatuses break down, the reliability for power apparatuses are discussed in the two cases; (1) in short term or unit stress cases, maximum likelihood (location) parameter estimation in the Weibull three-parameter model is difficult and the difficulties are circumvented by using nonlinear mathematical programming algorithms, (2) in long term stress cases, threshold stress below which the breakdown is unlikely to occur can be estimated by using empirical deterioration models and usual two parameter-Weibull models.

1. まえがき

「信頼性」とはいったい何だろうか。「信頼性」という言葉ではなく，「信頼できる」とか「信頼を裏切らない」といった言葉を使ってみると少し分かりやすい。「信頼」とは，対象は人であれモノであれ，人が期待しているあるコトに対してそのことが思い通りに（あるいはそれ以上にうまく）いくこと，またその通りにいかない場合があってもすぐに期待する状態に変われることを指している，と筆者は考える。機械の場合，ある一定の保証期間壊れては困るし，また万一壊れたら，取替えか修繕によりすぐに元の状態に復帰することが要求されている。これが「信頼性」の意味である。

設計に携わるエンジニアは，機器を構成するコンポーネントや各エレメントの耐力に試験データをもとにしたある基準を設け，その基準に従って機器の設計を行う。この基準は機器が一定期間機能することを保証する性質をもつ必要がある。(一つ一つのコンポーネントの組み合わせから成り立つ機器全体の耐力としての信頼性については，本号の論文中，有限要素解析などのところで述べているので，ここではそのもととなる〝基準〟に関して述べる。)

一方，最近では，電力機器の状態を常時観察し，異常が確認されたらそのことを監視オペレーターに知らせたり，あるいは自動的に想定される故障を回避するシステム作りが盛んである。このシステムは上記の場合で言えば後者に相当し，「予知システム」と呼ばれている。

本稿では，この予知システムに関する議論は別稿にゆずるとして，前者にあたる「コンポーネントやエレメントのある条件下でのストレスに対する耐力の確率的把握」について最近の成果を交えながら考察する。考えられているストレスとしては，(a)応力，(b)電界，(c)熱，(d)湿度などがあげられる。ストレスに対する耐力を把握することとは，機器が破壊するかしないかの境界の点を推定する問題になる。この点は「しきい値 (threshold)」と一般に呼ばれている。このしきい値には，破壊応力，絶

*技術本部 技術開発センター 数理情報研究室長

縁破壊電圧といった述語が対応するが，単発，あるいは短時間のストレスに対するしきい値と，重なるストレスを受けながらの長時間のストレスに対してのしきい値には大きな違いがある。ここではこれら両方について，得られた試験データからこれらしきい値をどのように評価するかということについて議論する。

2．短時間ストレスに対する破壊値の推定

破壊のメカニズムが微視的には分かっておらず，統計的にしかデータ処理ができないとき，極値（extreme-value）の漸近分布で破壊値の確率分布を扱うのが常道である。その漸近分布には，(1)ワイブル（Weibull）分布，(2)グンベル（Gumbel）分布，(3)フレシェ（Fréchet）分布の三つが知られており[1]，電気系，機械系でよく用いられる分布はワイブル分布である。ワイブル分布の中でも，位置パラメータ（location parameter）を陽に表した次の確率分布関数，

$$F(x;\eta,\beta,\gamma)=1-\exp\left\{-\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}\right\},(\eta>0,\beta>0,0\leq\gamma\leq x)$$

が破壊確率モデルとして標準的に用いられている。ここに，η，β，γ はそれぞれ，尺度，形状，位置パラメータである。

機器設計者にとって最も関心のあるパラメータは位置パラメータである。このパラメータ（threshold）は，文字通り，機器が破壊するかしないかの境界を表している。ところが，この値を破壊したデータのみを使って求めるのはそれほど容易ではない[2]。破壊するかしないかの境界にはデータがないからである（**図1参照**）。従って，推定された位置パラメータは極端に信頼度が低いという結果が出る[3]。あるいは，最尤推定により位置パラメータの推定を行うと，かなりの確率で $\gamma<0$ や $\gamma\to-\infty$ といった現象に出会うことが分かる[4]。このことは何もワイブル分布に限らず，信頼性を扱う他の確率分布であるガンマ分布，対数正規分布，逆ガウス分布などでも同様の問題が生ずる。この不都合を回避するため，あらかじめ位置パラメータの分布を $\gamma\geq0$ として合理的に与えておき，推定値が負の値にならないようにするベイズ（Bayes）の方法[5]や，データを点データとしてではなくグループデータとして解釈する方法[4,6]（こうすると，正則条件が自動的に満たされ取り扱いが簡単になる），さらに，それに似た方法でMPS（Maximum Product of Spacings）を用いた方法[7]も提案されている。

しかし，もともと推定精度のそう高くない位置パラメータの推定にこだわらず，小さな破壊確率（例えば0.1%）の点（x_p，$p=0.01$）の推定ならば，ベイズの方法などを使わなくても議論は比較的簡単になる。ここに，ワイブル分布の場合，

$$x_p=\gamma+\eta\,|\log(1-p)|^{1/\beta}$$

である。ただ，パラメータ推定は基本的に必要である。従って，パラメータ推定の方法を追求することは現在でも重要な意味をもつ。問題なのは，パラメータ推定に相当の困難が伴う[8]ことであるが，最近では安定的に（極値の漸近分布の中の一つであるワイブル分布として）パラメータ推定値を求めることのできる方法が考案され始めている。ホモトピー法，あるいは連続法（*Continuation Method*）はその一つで，ホモトピー法が大域的収束性の特長をもつというアルゴリズムを応用すれば困難なパラメータ推定も比較的容易に解決される[9,10]。

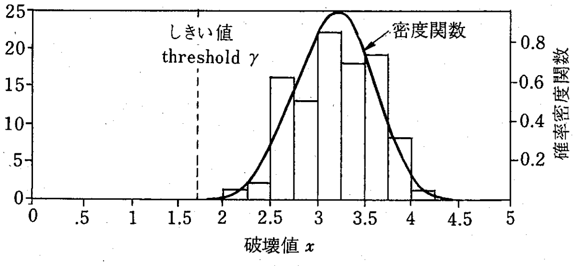


図1　破壊データの分布としきい値との関係

2.1　ホモトピー法を用いたワイブルパラメータの推定法[9,10]

最尤推定値を求めることは，ワイブル分布から作られる尤度関数の極値（最大値）を求める非線形計画法の問題の一つに等しい。ここに，尤度関数は

$$L=\prod_i\frac{dF(x_i;\eta,\beta,\gamma)}{dx_i}$$

である。

最大値探索の問題を $\partial\log L/\partial\theta=0$，$(\theta=(\eta,\beta,\gamma)^T)$ の零点探索の問題に置き換え，ある自明な解をもつ関数 $g(\theta)=0$ と，ここで問題にしている $h(\theta)=0\,(h(\theta)=\partial\log L/\partial\theta)$ とを連続的に接続することにより，自明な解から求める解を連続的に追跡するのがホモトピー法の考え方である。従って，ある自明な関数 $g(\theta)=0$ の設定が必要になる。任意の点での対数尤度関数の傾き K から $h(\theta)-K=0$ という自明な関数を作ってもよいが，より推定を容易にするため，$g(\theta)$ としてはワイブル分布の極限分布に相当するグンベル分布を用いることもできる。また，分布関数としてはじめからワイブル，グンベル，フレシェ分布を同時に表す一般化極値分布を使えば $\gamma\to-\infty$ の不都合は解消される。

図2はある破壊データに対する一般化極値分布の尤度関数である。暖色は尤度が大きいことを表している。一見，初期値をどこにとっても最大値に収束するように思えるが，実はニュートン法を用いると**図3**のような非常にいびつな（収束する）初期値の点の集合が得られる（最尤推定値は図の中心に位置する）。ニュートン法がいかに不安定かが分かる。一方，ホモトピー法ではこの場合初期値の心配はない。

ニュートン法である初期値 θ_0 から逐次 θ_i を求める手

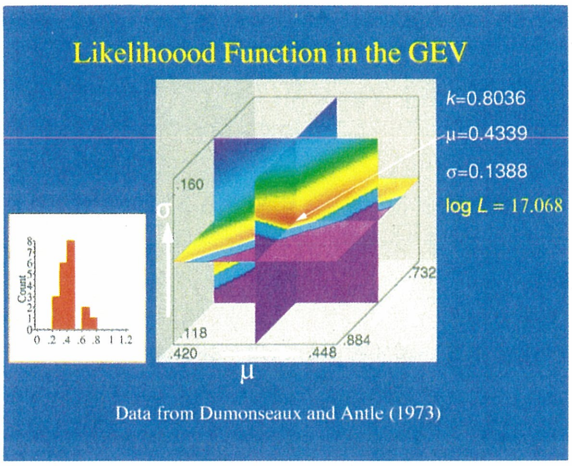


図 2　尤度関数の例（一般化極値分布）

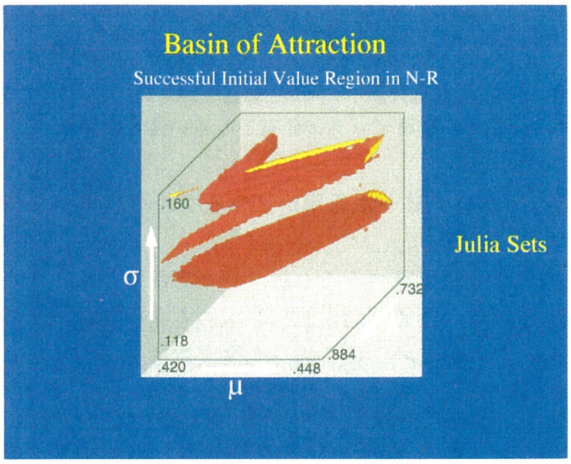


図 3　ニュートン法を用いた場合の収束する初期値の集合

続きを，

$$\theta_{i+1} = \theta_i - J_i^{-1} \cdot h(\theta_i)$$

として進めるが（J はヤコビアン），ホモトピー法でも結果的にはこの手続きと非常によく似た次の手続きが用いられる。

$$\theta_{j+1} = \theta_j - \delta \cdot J_j^{-1} \cdot h(\theta_0)$$

従って，従来から使われているアルゴリズムがほとんどそのまま生かされることになる（δ は小さな正数）。

3．長時間ストレスに対する破壊値の推定

短時間あるいは単発ストレスに対する破壊確率分布が分かっていても，度重なるストレスに対してのモノの寿命は，その短時間ストレス下での破壊確率からのみ計算されるほど単純ではない。一定ストレス下での平均寿命とストレスとの関係の物理的なモデルはまだ明らかになっているとは言えず，いまだに経験則が使われている。熱劣化に対してのアレニウスの法則，電圧劣化に対しての逆 n 乗則や指数則がそれらである。例えば，逆 n 乗則は

$$\mu(V) = KV^{-n}$$

と表される。ここに，$\mu(V)$ はストレス V を与えたときの平均寿命である。

しかし，ポリエチレンやCVケーブルなどの絶縁材料で長時間の加速劣化試験を行ったり，使用中のケーブルを撤去した後の絶縁破壊電圧を測定したりしてみると，破壊に至るストレスにはあるしきい値があり，そのストレス以下では（長期にわたっても）全く破壊しないと思われるデータが数多く報告されている。従って，そのしきい値を V_0 と仮定すれば，例えば逆 n 乗則では

のモデルを立て，一定ストレス下では寿命はワイブル分布（位置パラメータは0）に従うという仮説と組み合わせて使うことが可能となる。

このモデルを用い，パラメータ推定を最尤推定法を用いて行えば，たとえすべてのストレス下でのワイブル形状パラメータは一定値であるという仮定がなくても，使用ストレス下での平均寿命 $\mu(V_S)$ としきい値 V_0 は推定できる[11]。例えば，SF_6 ガス絶縁トランスに使用されているPETフィルムのしきい値 V_0 を推定した例が**図 4** である。

また，一定期間使用した後の絶縁物の絶縁破壊電圧の推定も似たような取り扱いが可能で，しきい値を推定することができると思われる。さらに，加速劣化試験結果から推測される機器の寿命と，機器使用後の絶縁破壊電圧結果から推測されるそれとの整合性も今後整理されるであろう。

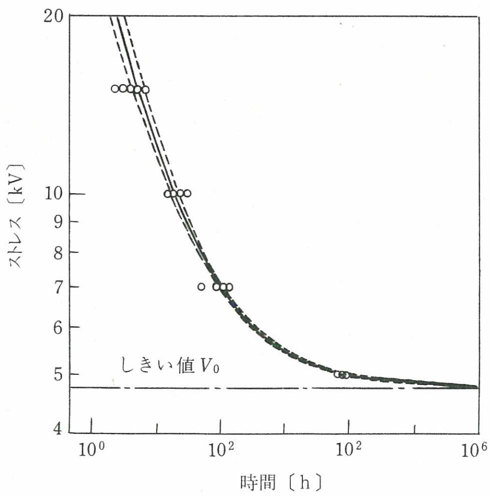


図 4　加速劣化試験によるしきい値の推定

4. あとがき

電力機器における信頼性という問題を，機器が破壊するかしないかの境界ストレス（しきい値，threshold）を推定するという観点から，最近の研究成果を交えて議論した。短時間ストレスの見地からは，ワイブル分布の位置パラメータの推定法の困難さとその解決法について，一方長時間ストレスの見地からは，経験則で表される破壊ストレスのしきい値推定法についてごく簡単に概観した。

これらの議論の一端が読者にとってインフォーマテイブであれば幸いである。

参考文献

(1) 広瀬,「ワイブル分布の周辺」, 応用数理, **1**, 312(1991)

(2) Hirose,「On Some Failure Data Cases Related to the 3 Parameter Weibull Distribution and Gumbel Distributions」, *Stanford Technical Report, Dept. of Statistics, Stanford University* (1990)

(3) 広瀬,「3パラメータワイブル分布の推定値の信頼度」, 電気学会論文誌A, **110**, 903 (1990)

(4) Hirose, Lai,「Inference from Grouped Data in Three-Parameter Weibull Models with Applications to Breakdown Voltage Experiments」, *Technometrics,* submitted

(5) Smith, Naylor,「A Comparison of Maximum Likelihood and Baysian Estimators for the Three-Parameter Weibull Distribution」, *Applied Statistics* **36**, 358 (1987)

(6) Atkinson, Pericchi, Smith,「Grouped Likelihood for the Shifted Power Transfomation」, *Journal of Royal Statistical Society B*, **53**, 473 (1991)

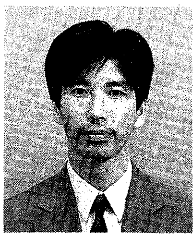
(7) Cheng, Amin,「Estimating Parameters in Continuous Univariate Distributions with a Shifted Origin」, *Journal of Royal Statistical Society B*, **45**, 394 (1983)

(8) Hirose,「Percentile Point Estimation in the Three Parameter Weibull Distribution by the Extended Maximum Likelihood Estimates」, *Computational Statistics and Data Analysis,* **11**, 309 (1991)

(9) Hirose,「Parameter Estimation in The Extreme-Value Distributions Using The Continuation Method」, 情報処理学会論文誌, to appear (1994)

(10) Hirose,「A Succeful Maximum Likelihood Parameter Estimation in Skewed Distributions Using the Continuation Method」, *Proceedings of International Confereuce on Statistics in Industry, Science and Technology,* 303 (1994)

(11) Hirose,「Estimation of Threshold Stress in Accelerated Life-Testing」, *IEEE Transactions on Reliability,* **42**, 650 (1993)



広　瀬　英　雄
Hideo Hirose
数値計算の研究開発
に従事

特許ニュース

マイクロコンピュータのリセット回路

特許　第1829433号

発明者　柳　沢　由喜夫
　　　　藤　井　威　徳

この発明は，マイクロコンピュータを応用した装置のリセット回路に関する。

この発明においては，図に示すように，電源電圧を検出する分圧回路と，基準電圧発生回路と，分圧回路の出力電圧および基準電圧発生回路の出力電圧を比較するコンパレータと，電源およびアース間に接続されたCR積分回路と，CR積分回路の充電電荷を放電するダイオードと，コンパレータの出力およびCR積分回路の出力の論理和をとるOR回路とから構成する。また，ダイオードをコンパレータの出力端子に接続することにより，瞬間的な電源電圧の低下に対しても常に一定パルス長のリセット信号を得るようにする。

このように構成することにより，電源電圧がマイクロコンピュータの動作が保証される最低レベル以下となった場合には，連続的なリセット信号を得て，マイクロコンピュータを停止させることができる。また，電源の立上がり時および電源電圧が瞬間的に低下した場合には，一定パルス長のリセット信号を得て，確実なリセット動作を行わせることができる。

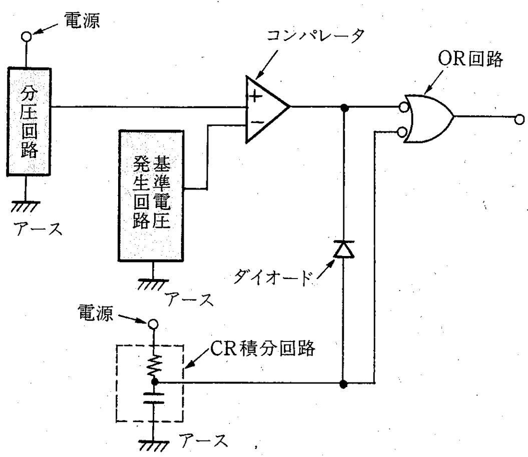


図　リセット回路