

# 有限要素法による非線形非定常熱伝導解析

## プログラムHTTの開発とその応用

Development of Non-linear Transient Heat Transfer Analysis Program  
HTT by Finite Element Method and its Application

### 内 容 梗 概

有限要素法を用いた非線形非定常の熱伝導解析プログラムHTTを開発し、電力機器の熱伝導、熱応力の解析を行っている。

プログラム開発の主たる目的は、市販の汎用ソフトウェアパッケージの入力と出力を正確に把握しながら実行するために、基本的な有限要素法のアルゴリズムと数値解析のテクニックを習得することと、特定の解析目的に対して解析コストを低くすることである。今回の特定の目的とは、モールド変圧器の冷熱試験のシミュレーションである。

プログラム開発の目的は十分に果たされ、数々の数値解析に伴うノウハウを得ることができ、当社の数値解析技術の信頼性を向上させることができた。さらに、冷熱試験のシミュレーションでは、数種のタイプの変圧器と異なった環境（水中、気中）に対して応力の比較をすることができた。

また、解析結果の可視化に伴うカラーグラフィックの処理技術をも同時に得ることができた。

### 1. まえがき

1960～1970年、有限要素法を使って微分方程式を解く方法が応力の静的解析、動的解析、および熱伝導解析などに適用されはじめ、解析場が任意形状をしていても解析可能であることを知ったとき、今日のあらゆる分野への有限要素法の浸透は当然予想できた。しかしながら、その利用形態の変化までをも予想できた人がどれほどいただろう。それほどまでに、今日のハードウェアの進歩は著しい。1960年代が汎用大型でのバッチ処理時代、1970年代がスーパーミニコンでの会話形タイムシェアリング時代、1980年代がスーパーパソコン、パソコンでのコンピュータ専有時代、と大きく時代を分けるとき、有限要素法に関連したソフトウェアパッケージも時代とともにその利用形態を変えてきている。利用者も、研究者

廣瀬 英雄\* Hideo Hirose

南 和彦\* Kazuhiko Minami

戸田 充洋\*\* Takehiro Toda

レベルから、次第に機器設計者へのレベルへと広範にわたるようになり、今日では“現実的に”最適設計が可能なレベルにまで解析コストが下がってきてている。

しかし、実務者レベルの利用者層が増えるにつれて、その便利さのあまり、取り扱いまでもが安易になる傾向がある。また、一度普及してしまったソフトウェアは、時代が変わったからといって、簡単に取替えが許されるほど容易なものでもない。そこで、時代に即応したソフトウェアパッケージの利用形態を研究者層は常に監視しておく必要がある。

当社では、有限要素法を用いた応力、熱伝導などの解析を長年にわたって行っているが、これらは、いずれも市販のソフトウェアパッケージを利用したものであった。パッケージ導入当時は、社内でのソフトウェア開発費用と、導入費用とを比較した場合、後者の方が有利であつ

\*研究所 \*\*システム事業部

たので、利用者（設計実務者）にとって最も使い勝手の良いと定評のあった米国 SDRC 社の SUPERB と、そのプリポストプロセッサである SUPERTAB を導入し、静解析、熱伝導解析（方程式のアナロジーより電界解析も含む）を行ってきた。電気機器には、電界強度を緩和するためのシールドが適当に丸みをもって配置されたり、絶縁部の沿面距離を長くするため、ひだをつけた構造が多く見受けられる。したがって、メッシュ作成時に、少ない労力で、ある程度の精度が保てる 4 角形アイソパラメトリック 2 次要素を基本的に備えている SUPERB は当社にとっては都合の良いものであった。

ところで、モールド変圧器の加速劣化試験の一つに冷熱試験<sup>\*</sup>があり、これをコンピュータシミュレーションして最適設計を行う要求がある。これに対処するには、上記のように市販のソフトウェアパッケージを使えば良いのであるが、非定常の問題であるため計算コストが高くなるおそれがある。さらに、ブラックボックス的ソフトウェアの利用法には先に述べたような問題をもはらんでいる。そこで、有限要素法の熱伝導解析については、

“非線形非定常”の内容のもので実用に耐え得るものを作り、有限要素法のアルゴリズムと諸定数の取り扱いの注意点に対して再確認し、冷熱シミュレーションを安価に実施することにした。研究的な立場と実務的な立場が同時に満たされる形となっているが、これら二つのことが本プログラムを作った動機である。

ソフトウェアの設計の基本的な方針は、長い間使い慣れてきた SUPERB の入力データ構造をそのまま生かし、その上に ANSYS の非定常を取り扱う部分の機能を付加しようとするものである。したがって、ANSYS の機能を持ち SUPERB のように使いやすいプログラムとなっている（SUPERB には非定常問題を扱えない）。

冷熱シミュレーションは次のように行う。熱伝導解析と、熱応力解析との連成はないものとすれば、熱伝導解析を行った後、適当な時刻（熱応力が最も大きく発生すると思われる時刻）での応力解析を行えば、過渡的な応力の最大値を求めることができる。この応力解析には、SUPERB を用いることができる。データ構造は、SUPERB のものと統一をはかっているので、プリポストプロセッサの SUPERTAB を利用することもできる。

熱伝導解析のプログラムは、パソコンに利用できることを念頭に置いているので、apollo コンピュータのドメイン DN660、および VAX で稼動できる。SUPERB、SUPERTAB は、VAX にインストールされているので、

\*冷熱試験：高岳の熱応力に対する試験には、冷熱試験（耐湿試験兼ねる）と冷凍試験がある。前者は、液相法で低温 0°C ~ 5°C、高温と低温の温度差 90°C ± 5°C の各液相に 2 時間ずつ入れ、連続 3 サイクル繰り返すもので、後者は、恒温槽 -20°C に 48 時間入れるものである。両者は、対になって試験が行なわれる。

VAX-apollo 間の結合が必要であるが、大量のデータを扱うため、Local Area Network の一つである Ethernet を用いている。

## 2. 理論的背景

### 2.1 基礎方程式

3 次元空間での、非定常熱伝導モデルの偏微分方程式は、(1)式で与えられる。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{Q} \quad (1)$$

ここに、 $T = T(x, y, z, t)$  : 温度

$\rho$  : 密度

c : 比熱

$k_x, k_y, k_z$  : x, y, z 方向熱伝導率

$\dot{Q}$  : 発熱率（単位時間、単位体積当たりに供給される熱量）

なお、熱流束  $q$  はフーリエの法則より、

$$q = - \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + k_y \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} + k_z \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial n} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial x}{\partial n}, \frac{\partial y}{\partial n}, \frac{\partial z}{\partial n} : \text{方向余弦}$$

で与えられる。 $n$  は境界上での法線方向成分を表わす。

境界条件は、次のとおりである。

① 境界  $S_1$  上で温度規定のとき、

$$T = \bar{T} \text{ on } S_1 \quad (3)$$

② 境界  $S_2$  上で熱流束  $q_0$  が流出（入）するとき、

$$q = q_0 \text{ on } S_2 \quad (4)$$

③ 境界  $S_3$  上で熱伝達があるとき、

$$q = \alpha_c (T - T_c) \text{ on } S_3 \quad (5)$$

$\alpha_c$  : 热伝達係数

$T_c$  : 外部温度

④ 境界  $S_4$  上で熱放射があるとき、

$$q = \varepsilon \sigma F (T^4 - T_{\text{r}}^4) \text{ on } S_4 \quad (6)$$

$\varepsilon$  : 放射率

$\sigma$  : ステファンボルツマン定数

F : 形状係数

$T_{\text{r}}$  : 放射源温度

(5)式は非線形なので、 $\alpha_c$  を次のように定義して、見かけ上線形にして(7)式とする。

$$\alpha_r = \varepsilon \sigma F (T + T_{\text{r}}) (T^2 + T_{\text{r}}^2) \quad (7)$$

$$q = \alpha_r (T - T_{\text{r}}) \quad (8)$$

### 2.2 Galerkin 法に基づく有限要素法

今、場を有限な要素に分割し、要素内の温度分布を次のように表現する。

$$T(x, y, z, t) = [N(x, y, z)] \{\phi(t)\} \quad (9)$$

[N] は形状マトリックス ( $1 \times n$  マトリックス) であり、 $\{\phi\}$  は時刻  $t$  における節点温度ベクトルである。

(1)式に Galerkin 法を適用すると,

$$\int_{V^e} [N]^T \left\{ \left( kx \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + ky \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + kz \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{Q} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right\} dv = 0 \quad \dots \dots \dots (10)$$

$[N]^T$  は  $[N]$  の転置行列,  $V^e$  は 1 つの要素領域を表わす。

(10)式に Gauss-Green の公式を適用して, (2)~(8)と組み合わせると,

$$[k]\{\phi\} + [c] \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial t} \right\} = \{f\} \quad \dots \dots \dots (11)$$

となる。ここに,

$$\begin{aligned} [k] &= \int_{V^e} \left( kx \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + ky \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} + kz \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \frac{\partial [N]}{\partial z} \right) dv \\ &+ \int_{S_3^e} \alpha_c [N]^T [N] ds + \int_{S_4^e} \alpha_r [N]^T [N] ds \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (12)$$

$$\begin{aligned} \{f\} &= \int_{V^e} \dot{Q} [N]^T dv - \int_{S_2^e} q_0 [N]^T ds \\ &+ \int_{S_3^e} \alpha_c T_c [N]^T ds + \int_{S_4^e} \alpha_r T_r [N]^T ds \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (13)$$

$$\{c\} = \int_{V^e} \rho c [N]^T [N] dv \quad \dots \dots \dots (14)$$

ただし、境界  $S_1^e$  上での温度が規定された節点の取り扱いは、(11)式のマトリックス内では、すでに trivial な値として除くアルゴリズムを用いている。

すべての要素について集めることで、次の方程式を得る。

$$[K]\{\Phi\} + [C] \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right\} = \{F\} \quad \dots \dots \dots (15)$$

ここに、 $\{\Phi\}$  は節点温度ベクトル、 $[K]$  は熱伝導マトリックス、 $[C]$  は熱容量マトリックス、 $\{F\}$  は熱流束ベクトルと呼ばれ、

$$\{\Phi\} = \sum_e \phi_e, \quad [K] = \sum_e [k], \quad [C] = \sum_e [c], \quad \{F\} = \sum_e \{f\} \quad \dots \dots \dots (16)$$

で与えられる。

定常問題では、 $\partial T / \partial t = 0$  であるから、

$$[K]\{\Phi\} = \{F\} \quad \dots \dots \dots (17)$$

となる。

ここまで 3 次元で話を進めてきたが、2 次元の場合、 $z$  項を外すことで、また、軸対称問題の場合  $x$  を  $r$  と書き換える  $kx \rightarrow rkr$ ,  $kz \rightarrow rkz$  と変更することで、上記の理論はそのまま適用される。

### 2.3 非定常熱伝導有限要素式の解法

(15)式は、時間に関して離散化されていない。ここでは、Crank-Nicolson の差分式を使う。

時刻  $t + \Delta t / 2$  における節点温度ベクトルを

$$\left\{ \Phi(t + \frac{\Delta t}{2}) \right\} = \frac{1}{2} (\{\Phi(t + \Delta t)\} + \{\Phi(t)\}) \quad \dots \dots \dots (18)$$

また、時刻  $t + \Delta t / 2$  における節点温度ベクトルの時間微分を、

$$\left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t}(t + \frac{\Delta t}{2}) \right\} = \frac{\{\Phi(t + \Delta t)\} - \{\Phi(t)\}}{\Delta t} \quad \dots \dots \dots (19)$$

とし、(18), (19)式を(15)式に代入すれば、

$$\begin{aligned} &\left( \frac{1}{2}[K] + \frac{1}{\Delta t}[C] \right) \left\{ \Phi(t + \Delta t) \right\} \\ &= \left( -\frac{1}{2}[K] + \frac{1}{\Delta t}[C] \right) \{\Phi(t)\} + \{F\} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (20)$$

を得る。 $\{\Phi(t)\}$  を既知として、逐次(20)式により  $\{\Phi(t + \Delta t)\}$  を求めることで、 $\{\Phi\}$  を求めることができる。

### 2.4 非線形性への対応

$kx$ ,  $ky$ ,  $kz$ ,  $\rho$ ,  $c$ ,  $\alpha_c$  などの物性値に温度依存性がある場合および熱放射の境界条件がある場合、 $[K]$ ,  $[C]$ ,  $[F]$  は温度依存性になっているため、(20)式を解く各時間ステップにおいて、 $[K]$ ,  $[C]$ ,  $[F]$  を修正して、 $\{\Phi(t + \Delta t)\}$  が収束するまで繰り返し計算が必要である(修正子法)。

定常計算の場合、(17)式に適用するときは、特にこの収束には注意をはらう必要があり、厳密に行なわなければならない。

非定常計算の場合、適当な時間きざみ  $\Delta t$  とメッシュを設定すれば、上記の繰り返し計算の回数は少ない(2 回以下)ことが想定される。したがって、 $\{\Phi(t + \Delta t)\}$  の計算には時刻  $t$  での  $[K]$ ,  $[C]$ ,  $[F]$  を用いても誤差はないと思われる。本プログラムでは、繰り返しを厳密に行なう場合と、全く行なわない場合の 2 つの方式を選択できるように設定している。

### 2.5 座標変換とアイソパラメトリック要素

代表的な例として、2 次元 4 角形の 2 次要素(8 節点)を取り扱う。

図 1 のように、 $(x, y)$  平面から  $(\xi, \eta)$  平面への変換を考える。 $(x, y)$  平面での座標は、形状関数  $[N]$  を用いて

$$x = [N_1 \ N_2 \ \dots \ N_8] \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_8 \end{pmatrix}, \quad y = [N_1 \ N_2 \ \dots \ N_8] \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_8 \end{pmatrix} \quad \dots \dots \dots \dots (21)$$

と表わすことができる。 $x_1 \sim x_8, y_1 \sim y_8$  は節点の座標値である。図 1 のように  $(\xi, \eta)$  平面での変換を行うには

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}RS - \frac{1}{2}N_5 - \frac{1}{2}N_8, \\ N_2 &= \frac{1}{4}\bar{R}\bar{S} - \frac{1}{2}N_5 - \frac{1}{2}N_6, \\ N_3 &= \frac{1}{4}\bar{R}\bar{S} - \frac{1}{2}N_6 - \frac{1}{2}N_7, \\ N_4 &= \frac{1}{4}\bar{R}\bar{S} - \frac{1}{2}N_7 - \frac{1}{2}N_8, \\ N_5 &= \frac{1}{2}R^*S, \quad N_6 = \frac{1}{2}\bar{R}S^*, \\ N_7 &= \frac{1}{2}R^*\bar{S}, \quad N_8 = \frac{1}{2}RS^* \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \dots (22)$$

$$\begin{aligned} R &= 1 + \xi, \quad S = 1 + \eta, \quad \bar{R} = 1 - \xi, \quad \bar{S} = 1 - \eta \\ R^* &= R \bar{R}, \quad S^* = S \bar{S} \end{aligned}$$

のように  $N_1 \sim N_8$  を設定すれば良い。 $\partial N_i / \partial x, \partial N_i / \partial y$  を計算するにはヤコビアン  $J$  を使って、

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{pmatrix} \\ &= J \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{pmatrix} \quad \dots \dots \dots \dots (23) \end{aligned}$$

から求められる。ここで  $J$  は、

$$\begin{aligned} J &= \begin{pmatrix} \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial \xi} x_j & \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial \xi} y_j \\ \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial \eta} x_j & \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial \eta} y_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial \xi} \\ \frac{\partial [N]}{\partial \eta} \end{pmatrix} \{[x]\} \{[y]\} \\ & \dots \dots \dots \dots (24) \end{aligned}$$

と、 $\xi, \eta$  の関数である。ここまで準備で、積分(12)式は、

$$\int_{V_e} f(x, y) dx dy = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta) \det[J] d\xi d\eta$$

$$= \sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^3 H_p H_q f(\xi_p, \eta_q) \quad \dots \dots \dots \dots (25)$$

と、変換することができる。 $H_p, H_q$  は、Gauss-Legendre 積分の重み関数、 $(\xi_p, \eta_q)$  は積分点である。ただし、積分次数は 3 にとっている。(12)式の線積分も同様な方法で求めることができる。

アイソパラメトリック要素とは、形状関数  $N_i$  と節点の温度  $T_i$  を用いて、

$$\phi = \sum_{i=1}^8 N_i T_i \quad \dots \dots \dots \dots (26)$$

と書けるとき、場を表わす関数と要素形状を表わす関数が一致するものである。

3 角形要素についても、同様の議論で展開しても良いが、ここでは 3 角形を 4 角形の 2 頂点が 1 点に縮退したものと考えることで、3 角形を 4 角形の 1 つとして扱うことができる。(図 2 参照)

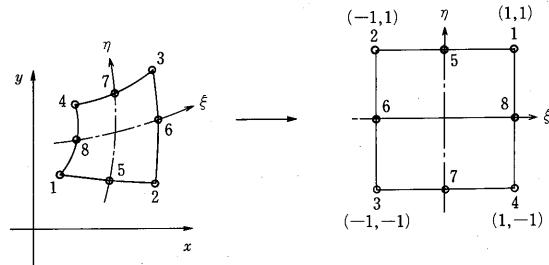


図 1 8 節点四角形アイソパラメトリック要素

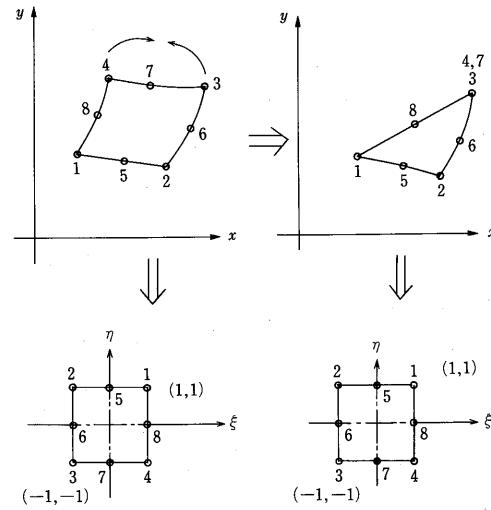


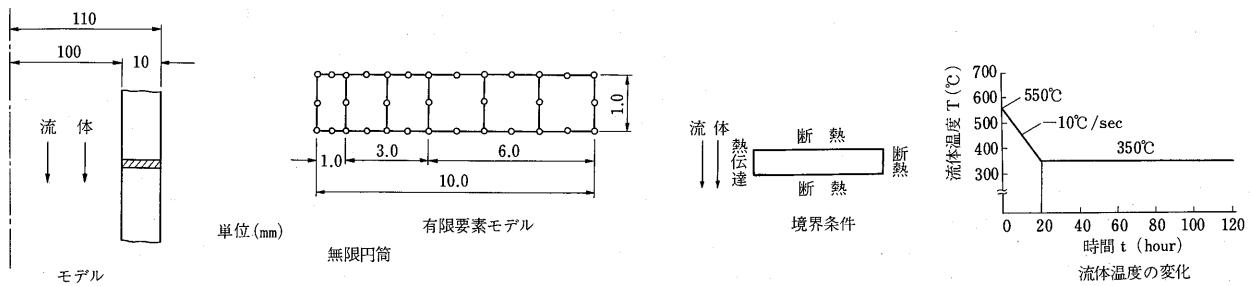
図 2 三角形要素の取り扱い

## 2.6 線型方程式の解法

(15), (17)式を解くには、Irons<sup>(1)</sup>のウェーブフロント法を用いる。このアルゴリズムは、SUPERB の解法<sup>(2)</sup>と同一である。

## 3. 热伝導解析例

本プログラムの信頼性を確かめるために、文献(3)の例の結果と比較した。計算に用いたモデル図、計算条件を図 3 に、計算結果を表 1 に示す。



## 材 料 定 数

線 形		非 線 形			
熱伝導率	$k = 4.86 \times 10^{-6} \text{ kcal/sec} \cdot \text{mm} \cdot ^\circ\text{C}$	溫 度	$T (\text{°C})$	熱 伝 導 率	$k (\text{kcal/sec} \cdot \text{mm} \cdot ^\circ\text{C})$
比 熱	$c = 0.133 \text{ kcal/kgf} \cdot ^\circ\text{C}$	300.0	$4.37 \times 10^{-6}$	C (kcal/kgf $\cdot ^\circ\text{C}$ )	0.129
密 度	$\rho = 7.83 \times 10^{-6} \text{ kgf/mm}^3$	350.0	$4.53 \times 10^{-6}$	$\rho (\text{kgf/mm}^3)$	$7.90 \times 10^{-6}$
熱伝達率	$h = 4.2 \times 10^{-6} \text{ kcal/sec} \cdot \text{mm}^2 \cdot ^\circ\text{C}$	400.0	$4.70 \times 10^{-6}$	350.0	$7.88 \times 10^{-6}$
		450.0	$4.86 \times 10^{-6}$	500.0	$7.86 \times 10^{-6}$
		500.0	$5.02 \times 10^{-6}$	550.0	$7.83 \times 10^{-6}$
		550.0	$5.18 \times 10^{-6}$	600.0	$7.81 \times 10^{-6}$
		600.0	$5.34 \times 10^{-6}$		$7.79 \times 10^{-6}$
				溫 度 $T (\text{°C})$	600.0
				300.0	500.0
				400.0	
			熱 伝 達 率	4.1 $\times 10^{-6}$	
			$h (\text{kcal/sec} \cdot \text{mm}^2 \cdot ^\circ\text{C})$	3.9 $\times 10^{-6}$	

## 計算時間ステップ

時 刻 $t$ (sec)	0	20	30	40	50	60	120
増 分 $\Delta t$ (sec)	0.5	0.5	1.0	2.5	5.0	15.0	

図 3 計算モデル(1)の計算条件

表 1 計算モデル(1)の計算結果

時 刻 (sec)	位 置	線 形			非 線 形				
		ANSYS	文 献 (6)	本 プログラム	ANSYS	MARC	A 社 製 プロ グラム	文 献 (6)	本 プログラム
20	内 表 面	372.20	372.12	372.12	371.02	371.12	371.05	371.03	371.01
	管 厚 中 心	440.98	441.21	441.21	441.26	441.38	441.23	441.27	441.29
	外 表 面	462.98	462.90	462.90	462.60	462.70	462.54	462.59	462.64
30	内 表 面	357.88	357.90	357.90	357.43	357.66	357.43	357.44	357.44
	管 厚 中 心	386.71	386.84	386.84	387.52	388.62	387.48	387.52	387.53
	外 表 面	398.00	397.98	397.98	398.93	400.34	398.87	398.91	398.94
120	内 表 面	349.98	350.00	350.00	349.98	350.07	350.00	350.00	350.00
	管 厚 中 心	349.89	350.00	350.00	349.79	350.19	350.00	350.01	350.01
	外 表 面	349.89	350.01	350.01	349.72	350.23	350.00	350.01	350.01

計算結果は、各プログラムと少しづつ違ひはあるものの、すべてほぼ一致していると言つて良い。

## 4. 热伝導・热応力解析例

2000kVA F種、モールド変圧器の冷熱試験(100°C水中

→ 0°C 水中)を想定し、熱伝導解析と熱応力解析を行った。6.9kV/480Vの高圧側コイルの形状と解析対象領域の概略図を図4に示す。解析領域はコイルの端部である。また、材料物性値を表2に示す。

モデルの実体イメージをとらえやすくするためと、

表 2 2000kVA F種モールド変圧器の物性値

材料	温度(°C)	熱伝導率( $\frac{\text{kcal}}{\text{mm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}}$ )	比熱( $\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ )	密度( $\frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$ )	熱伝達率( $\frac{\text{kcal}}{\text{mm}^2 \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}}$ )
樹脂	24	$3.07 \times 10^{-7}$	0.205	$2.0 \times 10^{-6}$	$1.389 \times 10^{-7}$
	50	$3.20 \times 10^{-7}$	0.222		
	75	$3.10 \times 10^{-7}$	0.234		
	100	$3.23 \times 10^{-7}$	0.253		
アルミニウム	24	$5.00 \times 10^{-5}$	0.22	$2.70 \times 10^{-6}$	
	100				

材料	温度(°C)	弾性率(kg/mm <sup>2</sup> )	ポアソン比	線膨張係数(1/°C)
樹脂	-11	$1.420 \times 10^3$	0.29	$28.0 \times 10^{-6}$
	20	$1.330 \times 10^3$	0.32	
	52	$1.220 \times 10^3$	0.32	
	80	$1.130 \times 10^3$	0.34	
	110	$7.7 \times 10^1$	0.39	
アルミニウム	-11	$6.3 \times 10^3$	0.345	$23.0 \times 10^{-6}$
	100			

SUPERTAB (メッシュジェネレーション機能を持つプロセッサ)へ境界座標を渡すための2つの目的から、SDRC社製のGEOMODを用いて、3次元実体イメージを描いてみた。図5(a)はエポキシ樹脂、(b)はアルミコイル、(c)は樹脂の中にコイルが埋め込まれている状態の断面を示す。

熱伝導解析を行った結果の各時刻に対する温度分布図を図6に示す。アルミコイルと樹脂内(外)壁との間の温度差が急激に変化しているのがわかる。したがって、この部分で最大熱応力が発生するものと思われる。また、ある時刻になると、コイルとコイルの間の樹脂の部分で熱の“たまり”の現象が起っているのが見られる。これは、アルミと樹脂との熱伝導率の違いによるものである。

熱伝導解析を行った結果、最も温度勾配が大きくなる時刻を選び、その時刻での熱応力解析をSUPERBを使って行った結果が図7である。図7では、解析対象部分を最上部のコイル部分に限定している。最大主応力、Von-Mises応力いずれを見ても、最大応力が発生している場

所は外壁であることがわかる。したがって、冷熱試験を行えばクラックは外周壁から起こることが予想される。この外壁の最大応力の値は、Von-Misesで約3.6kgf/mm<sup>2</sup>、主応力で3.7kgf/mm<sup>2</sup>であったが、この値は、樹脂の基礎試験(例えば、引っ張り試験)の結果と比較して十分に破壊に耐え得るものであることが分かっている。また、実際に冷熱試験時にはクラックは入っていない。

これは1つの例のシミュレーション結果であったが、変圧器形状、樹脂物性値を種々変えて同様のことを行えば最適な設計が可能となる。

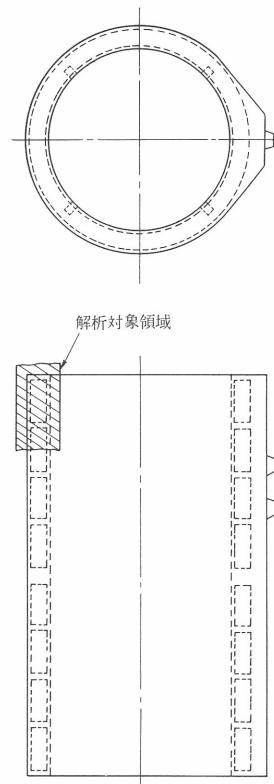
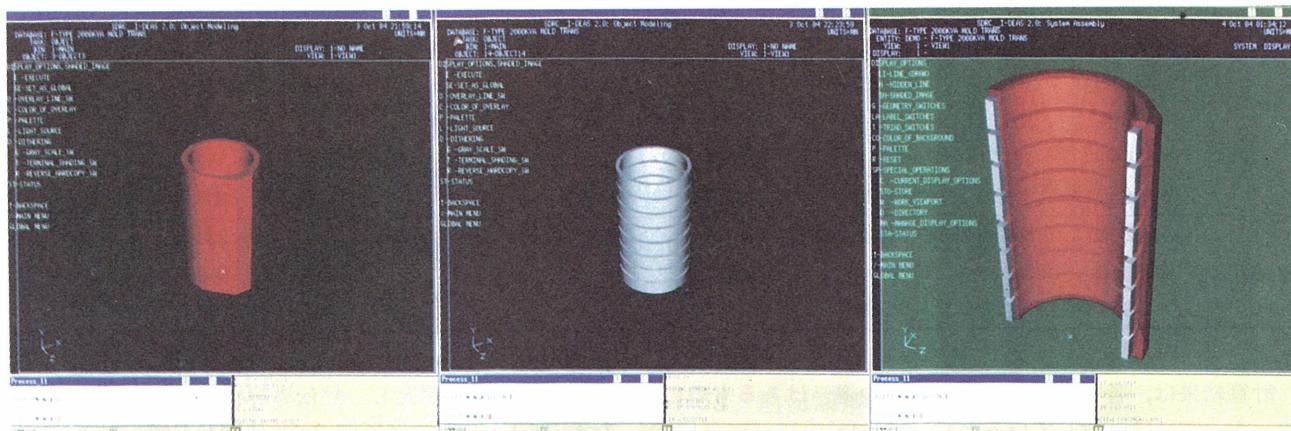


図4 2000kVA F種モールド変圧器概略図



(a) 樹脂

(b) アルミコイル

(c) 変圧器

図5 2000kVA F種モールド変圧器 3次元実体図  
(GEOMODによる)

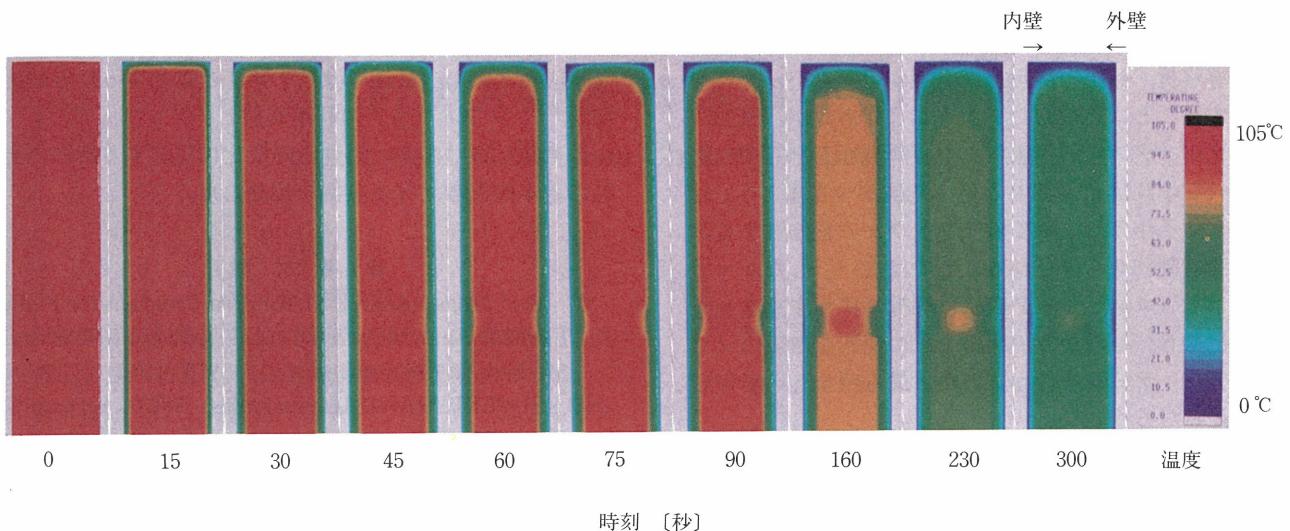
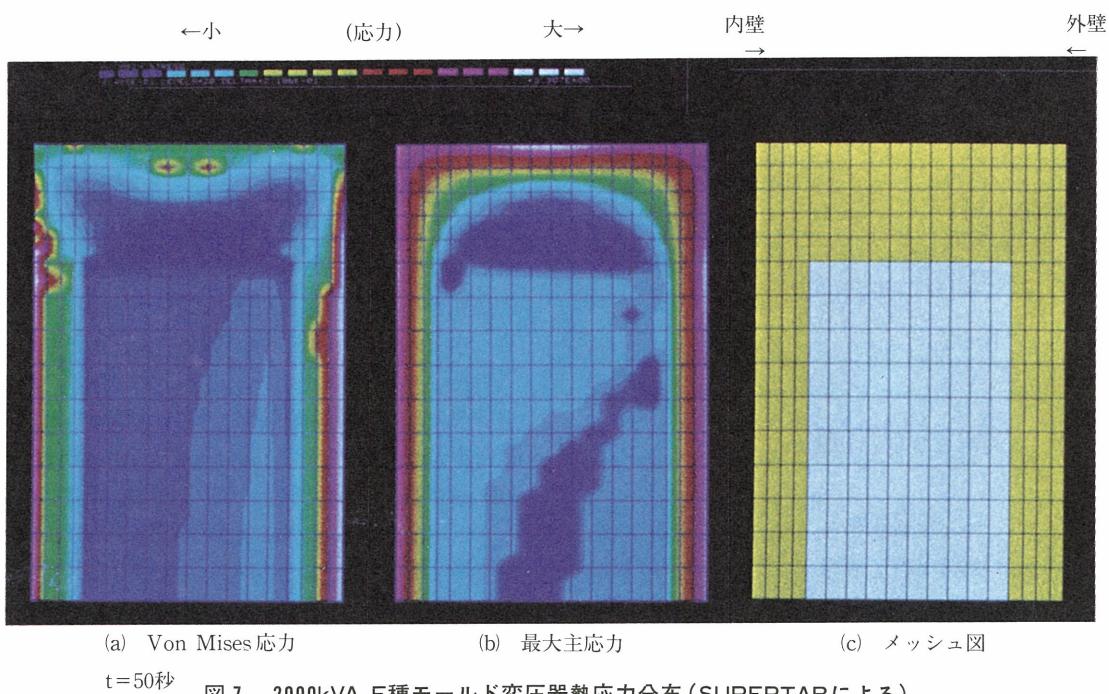


図 6 2000kVA F種モールド変圧器温度分布の時刻歴変化 (HTTによる)

図 7 2000kVA F種モールド変圧器熱応力分布 (SUPERTABによる)  
t=50秒

## 5. 解析の流れ

ハードウェア、ソフトウェア相互の関連をふまえながら、熱伝導、熱応力解析の流れを説明する。ソフトウェアの言語は FORTRAN であるため、入出力部分を除いて machine independent であるが、当社での利用例は特異があるので紹介する。

ハードウェアは、VAX11/780, apollo DN660 を用いている。この両者の間の結合は LAN (Local Area Network), Ethernet を通して行うことができる。apollo Domain の LAN は Ring Net であるので、Ethernet による接続は当社で行った。

図 8 に解析の流れを示す。

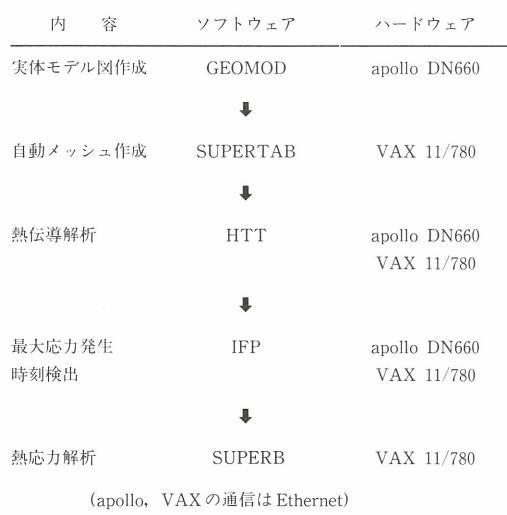


図 8 解析の流れ

## 6. む す び

熱伝導解析、熱応力解析を、汎用の市販のパッケージで実行することは比較的たやすいことであるが、反面、ブラックボックスを利用するため、解析内容を完全に把握していなければ計算誤りという危険がつきまとう。しかし、全く手作りですべてのソフトウェアを作製することも時間的制約から許されることではない。したがって、解析内容と（コンピュータ数値）解析に伴う注意点とを確実に把握し、その上で、利用するに便利な市販のソフトウェアパッケージを使うことが、最も望ましい利用形態と言えるだろう。

当社では、この観点から市販のパッケージ(SUPERB, ANSYS, MARC, ADINA(T), NASTRANなど)を利用するとともに、パッケージの基本的な理解とチェックを行ったり、さらに今回のように全く実用に耐え得る規模のソフトウェアを自社製作したりしながら、コンピュータ数値解析の信頼性を高めるように努力している。

その上で、この技術を最も利用しやすい形で社内の設計レベルにまで普及させるような展開をとっている。

時代とともに（最近では、1年ごとにと言った方が適切か？），ソフトウェアの利用形態とソフトウェアのレベルは変化しつつある。これらの変化に対応するための当社の基本的な考え方と実例を紹介した。

## 参 考 文 献

- (1) B.M. Irons : A Frontal Solution Program for Finite Element Analysis, International Journal of Numerical Methods in Engineering, vol. 2, 1970 p. 5
- (2) SUPERB MANUAL version 6.3 (1983), Structural Dynamics Research Corporation
- (3) 鶴津, 他 : 有限要素法ハンドブック II 応用編, P.466, (昭58), 培風館
- (4) 矢川 : 流れと熱伝導の有限要素法入門, (昭58), 培風館
- (5) 非定常非線形熱伝導解析プログラム HTT 取扱い説明書, (昭59.9) 純高岳製作所, システム(事)